Les outils mathématiques utilisés

P2 – Chapitre 1

I. Produit scalaire

$$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\cos(\vec{A},\vec{B})}$$

- On peut permuter les vecteurs, développer le produit scalaire, sortir ou déplacer les réels en facteur.
- $\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{A}\perp\vec{B}}$
- $\vec{A}\cdot\vec{B} = x_A x_B + y_A y_B + z_A z_B$
- Interprétation géométrique : $\vec{A}\cdot\overrightarrow{u_x}$ est la composante de $\vec{A}$ sur $\overrightarrow{u_x}$.

II. Produit vectoriel

$$\boxed{\vec{A}\wedge\vec{B} = \vec{C}}$$

$$\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} y_a z_b - y_b z_a \\ z_a x_b - z_b x_a \\ x_a y_b - x_b y_a \end{vmatrix}$$

- Direction : $\perp \vec{A}\ et \perp \vec{B}$
- Sens : Règle des 3 doigts / du tire-bouchon
- Norme : $\|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{A}\|\|\vec{B}\|\sin(\vec{A},\vec{B})$

- $\vec{A}\wedge\vec{B} = -\vec{B}\wedge\vec{A}$
- On peut développer le produit vectoriel, sortir ou déplacer les réels en facteur.
- $\boxed{\vec{A}\wedge\vec{B} = 0 \Leftrightarrow \vec{A}\parallel\vec{B}}$
- $\|\vec{A}\wedge\vec{B}\|$ = aire du parallélogramme construit sur $\vec{A}$ et $\vec{B}$

III. Produit mixte

$$\boxed{(\vec{A},\vec{B},\vec{C}) = \vec{A}\cdot(\vec{B}\wedge\vec{C}) = (\vec{A}\wedge\vec{B})\cdot\vec{C}}$$

- On peut permuter circulairement les vecteurs : $(\vec{A},\vec{B},\vec{C}) = (\vec{B},\vec{C},\vec{A}) = (\vec{C},\vec{A},\vec{B})$
- $(\vec{A},\vec{B},\vec{C}) = -(\vec{B},\vec{A},\vec{C})$
- $(\vec{A}+\vec{B},\vec{C},\vec{D}) = (\vec{A},\vec{C},\vec{D}) + (\vec{B},\vec{C},\vec{D})$
- On peut sortir les réels en facteur
- $(\vec{A},\vec{B},\vec{C}) = 0 \Leftrightarrow \begin{array}{c} \vec{A} = \vec{0}\ ou\ \vec{B} = \vec{0}\ ou\ \vec{C} = \vec{0} \\ ou\ \vec{A}\parallel\vec{B}\ ou\ \vec{A}\parallel\vec{C}\ ou\ \vec{B}\parallel\vec{C} \\ ou\ \vec{A},\vec{B},\vec{C}\ \text{coplanaires} \end{array}$
- $|(\vec{A},\vec{B},\vec{C})|$ = volume du parallélépipède construit sur $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$

IV. Différentielle d'une fonction à une variable

1. Définition et cas particuliers

$$\boxed{df = f'(x_0)dx} \qquad \boxed{\frac{df}{dx} = f'(x)} \qquad \boxed{df(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy}$$

$$da = 0 \qquad d(au+bv) = a\,du + b\,dv \qquad d(\ln u) = \frac{du}{u}$$

2. Application aux petites variations

> Pour les petites variations de x, la variation de f s'identifie à sa différentielle ($\Delta f \approx df$)